PAP 2.2
Versuch 245: "Induktion"

Jonas Schweer

15. Januar 2025

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**
- 1.1 Ziel des Versuches . . . 2
- 1.2 Versuchsaufbau . . . 2
  - 1.2.1 Vorversuch . . . 2
  - 1.2.2 1. Hauptversuch . . . 2
  - 1.2.3 2. Hauptversuch . . . 2
  - 1.2.4 3. Hauptversuch . . . 2
- 1.3 Physikalische Grundlagen . . . 3
  - 1.3.1 Magnetischer Fluss . . . 3
  - 1.3.2 Faraday'sches Induktionsgesetz . . . 3
  - 1.3.3 Rotierende Leiterschleife . . . 4
  - 1.3.4 Berechnung des Magnetfeldes aus der Scheitelspannung . . . 4
  - 1.3.5 Helmholtz-Spule . . . 4
  - 1.3.6 Impedanz . . . 4
  - 1.3.7 Erdmagnetfeld . . . 5

2 Messprotokoll **5**

3 Auswertung **9**
- 3.1 Hauptversuch 1 . . . 9
- 3.2 Hauptversuch 2 . . . 11
- 3.3 Hauptversuch 3 . . . 13

4 Zusammenfassung und Diskussion **14**

5 Anhang **16**

1 Einleitung

1.1 Ziel des Versuches

Bei diesem Versuch wollen wir uns mit der elektromagnetischen Induktion vertraut machen. Dazu schauen wir uns in einem Vorversuch ganz allgemein an, wie sich in einer Leiterspule ein Induktionsstrom aufbaut, wenn man das Magnetfeld in ihrer Umgebung ändert. Daraufhin wollen wir in den ersten Hauptversuchen das Induktionsgesetz mit einer Flachspule nachweisen, indem wir entweder ihre vom Magnetfeld durchflossene Fläche periodisch variieren, oder das Magnetfeld, welches sie durchfließt, ändern. Abschließend messen wir im letzten Hauptversuch das Erdmagnetfeld und bestimmen dessen Inklinationswinkel.

1.2 Versuchsaufbau

1.2.1 Vorversuch

Im Vorversuch wollen wir uns qualitativ anschauen, wie sich Leiterspulen in der Umgebung von ändernden Magnetfeldern verhalten. Dazu schließen wir eine Spule an ein Oszilloskop an und beobachten den Ausschlag der zu erkennen ist, wenn man einen Stabmagneten in die Spule bewegt (oder die Spule um den Stabmagneten bewegt) und wenn man diesen wieder herausnimmt (oder sie Spule wieder von ihm wegbewegt). Auch beobachten wir was passiert, wenn man die Geschwindigkeit ändert.

1.2.2 1. Hauptversuch

Für den ersten Hauptversuch bauen wir eine Helmholtz-Spule auf, in dessen Mitte wir eine drehbar gelagerte Flachspule platzieren. Die Enden dieser Flachspule sind mit einem Oszilloskop verbunden, auf welchem so die fließenden Ströme in ihr angezeigt werden. Wir lassen die Flachspule rotieren, indem wir den Motor, mit dem sie verbunden ist, mit verschiedenen Frequenzen betreiben. Die Helmholtz-Spule lassen wir von einem Gleichstrom durchlaufen, sodass in ihr ein homogenes Magnetfeld entsteht, welches die Flachspule durchdringt.

1.2.3 2. Hauptversuch

Für den zweiten Hauptversuch lassen wird den Aufbau des ersten größtenteils gleich, jedoch lassen wir die Flachspule nicht rotieren, sondern stellen sie mit einem Winkelmesser, welcher an ihrer Seite angebracht ist, auf verschiedene Winkel ein. Wir wechseln die Gleichstromquelle der Helmholtz-Spule mit einer Quelle für sinusförmigen Wechselstrom aus, sodass sich nun das Magnetfeld in ihrem inneren sinusförmig ändert. Weiterhin lassen wir die Flachspule am Oszillator angeschlossen um induzierte Ströme zu messen.

1.2.4 3. Hauptversuch

Für den dritten Hauptversuch richten wir die Versuchsapparatur so aus, dass die Flachspule in Nord-Süd-Richtung rotiert. ($\vec{\omega} \perp \overline{NS}$) Nun lassen wir die Spule erst ohne durch

die Helmholtz-Spule angelegtes Magnetfeld rotieren, und variieren anschließend ihren Strom, bis der horizontale Anteil des Erdmagnetfeldes vollständig kompensiert ist.

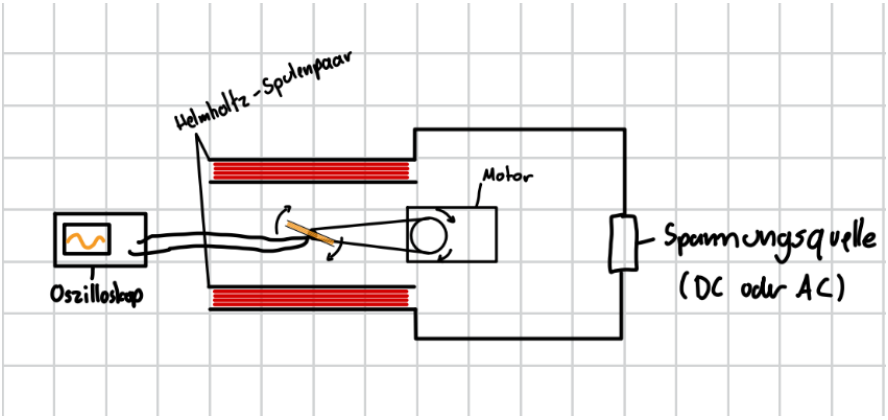


Abbildung 1: Messaufbau für die Versuche

1.3 Physikalische Grundlagen

Um diesen Versuch zu verstehen, müssen wir uns erst einige physikalische Grundlagen und Phänomene aneignen, die die Beobachtungen des Versuches erklären.

1.3.1 Magnetischer Fluss

Der magnetische Fluss ist eine physikalische Größe, die essentiell zur Beschreibung des Phänomens der Induktion ist. Dieser wird wie folgt definiert:

$$\Phi_m = \vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos\alpha \tag{1}$$

Dabei ist α der Winkel, der von der Flächennormale $\vec{A}$ der Leiterschleife und dem Magnetfeld $\vec{B}$ eingeschlossen wird.

1.3.2 Faraday'sches Induktionsgesetz

Das Induktionsgesetz erklärt nun, wann eine Induktionsspannung (und ein Induktionsstrom) in einer Leiterschleife auftritt. In Worten besagt es, dass die induzierte Spannung U_ind proportional zu der Änderung des magnetischen Flusses Φ_m, sowie zu der Windungszahl der Schleife/Spule ist.

$$U_{ind} \propto N \cdot \dot{\Phi}_m \tag{2}$$

Genauer genommen ist der Betrag der beiden sogar äquivalent, jedoch besagt eine weitere Regel, die Lenzsche Regel, dass induzierte Spannung immer ihrer Ursache entgegengerichtet ist. Also lautet die letztendliche Formel für die Spannung:

$$U_{ind} = -N \cdot \dot{\Phi}_m \tag{3}$$

1.3.3 Rotierende Leiterschleife

Betrachtet man nun also eine mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω rotierende Leiterschleife, wie wir sie in unserem Versuch vorliegen haben, ergibt sich für diese mit Formel (1) und Formel (3) folgende Gesetzmäßigkeit:

$$U_{ind} = -N \cdot A \cdot B \cdot \frac{d}{dt} \cos \omega t \tag{4}$$

$$= N \cdot A \cdot B \cdot \omega \cdot \sin \omega t \tag{5}$$

Der Begriff "Scheitelspannung"bezeichnet in diesem Zusammenhang die Amplitude der Wechselspannung, also $U_m = N \cdot A \cdot B \cdot \omega$. Allgemein ist die induzierte Spannung also auch Beschrieben als:

$$U_{ind} = U_m \sin \omega t \tag{6}$$

1.3.4 Berechnung des Magnetfeldes aus der Scheitelspannung

Da wir in unserem Versuch nur die Scheitelspannung mit dem Oszilloskop messen, müssen wir eine Formel finden, mit welcher wir daraus auf die Stärke des Magnetfeldes schließen können. Setzen wir also nun unsere Definition für U_{ind} auf Formel (6) in Formel (5) ein und stellen nach B um, können wir B wie folgt berechnen:

$$B = \frac{U_m}{NA\omega} \tag{7}$$

1.3.5 Helmholtz-Spule

Die Helmholtz-Spule ist ein wichtiges Werkzeug zum experimentieren mit homogenen Magnetfeldern. Sie besteht aus zwei koaxial angeordneten, kreisförmigen Spulen mit Radius r. Der Abstand der beiden Spulen beträgt ebenfalls genau r. Durch diese Geometrie einer Helmholtz-Spule bildet sich in der Mitte des Spulenpaars ein nahezu homogenes Magnetfeld. Durch Integration über die Spulen kann man auf die Stärke des Magnetfelds schließen, welche sich schließlich ergibt als:

$$B_{Helm} = \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{\mu_0 N I}{r} \tag{8}$$

1.3.6 Impedanz

Die Impedanz beschreibt den Widerstand der auftritt, wenn man eine Spule oder einen Kondensator an Wechselstrom anschließt. Um die Impedanz einer Spule zu berechnen, nutzt man:

$$Z_L = i\omega L \tag{9}$$

Dabei ist ω die Kreisfrequenz des Wechselstroms, L die Induktivität der Spule und i die komplexe Einheit. Der Betrag der Gesamtimpedanz verhält sich dann wie ein realer Widerstand gemäß dem Ohmschen Gesetz $U = RI$. Wenn wir nur eine einzige Spule in dem Stromkreis verbaut haben, gilt also mit $\omega = 2\pi f$ folgende Formel:

$$2\pi f L = R = \frac{U}{I} \Leftrightarrow L = \frac{R}{2\pi f} = \frac{U}{2\pi f I} \tag{10}$$

1.3.7 Erdmagnetfeld

Die Erde wird von einem Magnetfeld durchzogen, welches man sich vereinfacht wie das Feld eines großen Stabmagneten vorstellen kann, der die Erde durchdringt. Die Achse dieses Magnetenïst leicht geneigt (gegenüber der geografischen Polachse), sodass der magnetische Nordpol des Erdmagnetfelds grob in Richtung des geografischen Südpols zeigt und umgekehrt.
Ein zentraler Aspekt dieses Magnetfelds ist der sogenannte Inklinationswinkel α. Dieser Winkel beschreibt, wie die Feldlinien in die Erde eintreten oder aus ihr austreten. Wenn die Feldlinien senkrecht zur Erdoberfläche verlaufen (z.B. an den magnetischen Polen), beträgt der Inklinationswinkel 90°. Verlaufen sie parallel zur Erdoberfläche (z.B. am magnetischen Äquator), ist der Winkel 0°. Der Inklinationswinkel lässt sich aus seinen vertikalen und horizontalen Komponenten (B_V und B_H) zusammensetzen. Aus diesen kann auch sofort den Winkel berechnen:

$$\tan \alpha = \frac{B_V}{B_H} \tag{11}$$

2 Messprotokoll

Messprotokoll: Induktion

22.10.24

Harish Mahendran

Jonas Schweer

Messgeräte: - Oszilloskop
- Leistungsfunktionsgenerator
- Antriebsmotor
- Netzteil
- Multimeter (Benning MM 7)
- Kompass
- RC-Filter
- Helmholtzspule (Widerstand $R = (2,70 \pm 0,10)\,\Omega$, Durchmesser 295 mm, Abstand Spulen: 147 mm, Windungszahl der Spulen: 124)
- Drehbar gelagerte Induktionsspule (in Helmholtzspule) (4000 Windungen)

Vorversuch: Wir verbinden die Spule mit vielen Windungen mit dem Oszillator und betrachten die Ausschläge entweder beim hinein/hinausbewegen eines Magneten oder beim Bewegen der Spule.

Bewegen des Magneten → in die Spule: Positiver Ausschlag
→ aus der Spule: Negativer Ausschlag

Bewegen der Spule → zum Magneten: Positiver Ausschlag
→ weg vom Magneten: Negativer Ausschlag

Variation der Geschwindigkeit: höhere Geschwindigkeit → größerer Ausschlag

Aufgabe 2:

Um die Helmholtzspule in Betrieb zu nehmen, müssen wir zuerst die maximal zulässige Spannung berechnen. Wir kennen den Innenwiderstand der Spule als ca. 2,70 Ω. Die maximal erlaubte Stromstärke ist 5 A. Mit $U_{max} = R \cdot I_{max}$ folgt als maximale Spannung $U_{max} = 13{,}25\,V$

Nun drehen wir die eingebettete Spule mit einer (mit dem Frequenzgenerator eingestellten) Frequenz in der eingeschalteten Helmholtzspule. Zuerst lassen wir die Stromstärke der Spule konstant bei I=4A und variieren die Frequenz von 3Hz bis 15 Hz. Wir messen die Amplitude der induzierten Spannung in der drehenden Spule.

Frequenz f [Hz]	3,00	6,00	9,10	12,01	15,00
U_{max} [V]	1,08	2,08	3,12	4,08	4,96

Stromstärke: $I = (4,00 \pm 0,10)$ A
Fehler der Frequenz: $\Delta f = 0,10$ Hz
Fehler der Spannung: $\Delta U_{max} = 0,04$ V

Tabelle 1: Induzierte Spannung bei variierender Frequenz

Nun halten wir die Frequenz konstant und messen bei Veränderung des Stroms in der Spule die Amplitude der induzierten Spannung

Stromstärke I [A]	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
U_{max} [V]	0,56	0,95	1,30	1,80	2,20

Stromstärke I [A]	3,00	3,50	4,00	4,50
U_{max} [V]	2,60	3,08	3,40	3,84

$f = (10,15 \pm 9,10)$ Hz
$\Delta I = 0,10$ A
$\Delta U_{max} = 0,10$ V

Tabelle 2: Induzierte Spannung bei variierender Stromstärke

Aufgabe 3:

Als nächstes betrachten wir die Spannung, die durch Ändern des B-Feldes induziert wird. Dafür schließen wir die Spule an eine Wechselstromquelle an und messen die Spannung in Abhängigkeit von dem Winkel, um den wir die innere Spule gedreht haben:

Winkel ϕ [°]	0	30	60	90	120	150	180
U_{max} [V]	1,20	1,04	0,60	0,01	0,66	1,10	1,22

$\Delta\phi = 2,0°$
$\Delta U_{max} = 0,10$ V
$f_I = (103,70 \pm 0,10)$ Hz

Tabelle 3: U_{max} in Abhängigkeit von dem Drehwinkel ϕ

Nun wollen wir die Frequenz des Wechselstroms variieren, und zusätzlich zur induzierten Spannung auch noch die Stromstärke und Spannung auf der Helmholtz-spule notieren:

f [Hz]	20,3	40,6	60,4	80,5	102,0	120,7	139,4	160,0	180,9	201,0	± 1,0Hz
$U_{max,ind}$ [V]	0,64	1,04	1,20	1,26	1,30	1,34	1,36	1,36	1,38	1,38	±0,10V
$U_{max,spule}$ [V]	1,43	1,45	1,46	1,46	1,46	1,46	1,46	1,46	1,46	1,46	± 0,10V
$I_{max,spule}$ [mA]	260	205	160	129	107	91	80	70	62	56	± 3mA

f [Hz]	402	605	800	1000	1205	1397	1603	1799	2008	± 3Hz
$U_{max,ind}$ [V]	1,40	1,40	1,40	1,36	1,36	1,36	1,40	1,40	1,40	± 0,10V
$U_{max,spule}$ [V]	1,46	1,46	1,46	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	± 0,10V
$I_{max,spule}$ [mA]	28	19	14	11	9,3	8	6,9	6,1	5,4	± 3 mA

Aufgabe 4:

Um das Erdmagnetfeld zu messen, richten wir der Versuchsaufbau in Richtung der Pole aus. Dann lassen wir die innere Spule mit einer Frequenz von ca. $15{,}1 \pm 0{,}3$ Hz rotieren. Wir notieren die Spitze-Spitze-Spannung, die induziert wird.

$$U_{sp,0} = (172{,}0 \pm 0{,}4)\,\text{mV}$$

Um das Rauschen zu minimieren, haben wir möglichst kurze Kabel genommen (→ kleiner Kabelfehler) Allerdings werden auch Magnetwellen durch z.B. die technischen Geräte in der Umgebung ausgesendet. Das kann nur schwer minimiert werden.

Wir legen nun einen Kompensationsstrom an, um so die horizontale Komponente des B-Feldes zu eliminieren. Wir messen nun die verbleibende Sp-Sp-Spannung.

$$U_{Sp} = (34{,}0 \pm 0{,}4)\,\text{mV}$$

$$f = (14{,}8 \pm 0{,}8)\,\text{Hz}$$

$$I_{komp} = (64{,}70 \pm 0{,}10)\,\text{mA}$$

3 Auswertung

3.1 Hauptversuch 1

Um die Messreihen des ersten Hauptversuches[1] auszuwerten, wollen wir uns anschauen, wie sich die maximal induzierte Spannung U_{ind} in der Flachspule ändert, einmal wenn wir ihre Drehfrequenz f erhöhen, und einmal wenn wir die bei konstanter Frequenz den Strom, der durch die Helmholtz-Spule fließt erhöhen. Dazu tragen wir unsere Messwerte in jeweils ein $U_{ind}(f)$-Diagramm und ein $U_{ind}(I)$-Diagramm auf. Mit Python fitten wir dann eine lineare Funktion an. Die genutzten Messwerte und Fehler lassen sich Tabelle 1 und 2 des Messprotokolls entnehmen.

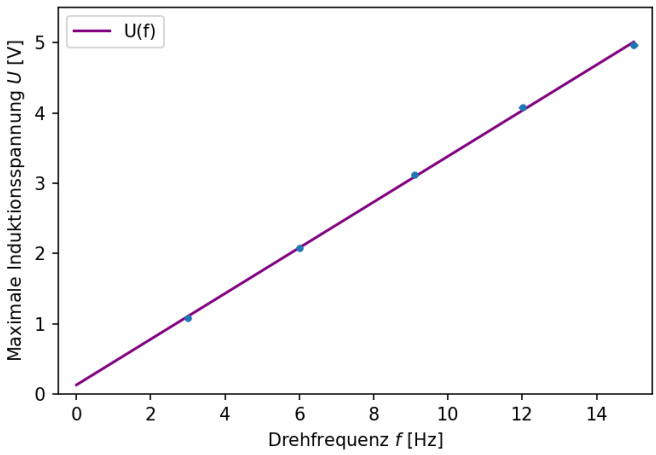


Abbildung 2: Induktionsspannung pro Drehfrequenz

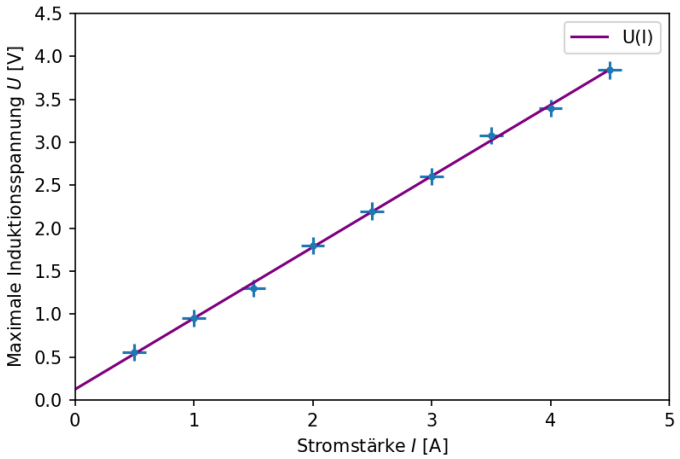


Abbildung 3: Induktionsspannung pro Spulenstrom

[1] Der Vorversuch wurde bereits im Messprotokoll ausgewertet.

Beim fitten der Funktion, rechnet uns Python direkt die optimale Steigung, sowie den Fehler dieser aus. Wir erhalten somit für das erste Diagramm:

$$\boxed{c = (0,325 \pm 0.005)Vs}$$

Mit Formel (7) können wir somit das B-Feld ausrechnen, mit dem Wissen, dass $\omega = 2\pi f$. Der Fehler ist nach Gauß gegeben als:

$$\Delta B = \frac{\Delta c}{2\pi NA} \tag{12}$$

Wir nehmen dabei an, dass die Fläche der Flachspule fehlerfrei ist, da in der Praktikumsanleitung keiner explizit angegeben ist. Wir erhalten also einen Wert von:

$$\boxed{B_{Helm} = (3.10 \pm 0.04)mT}$$

Den theoretisch erwarteten Wert erhalten wir mit Formel (8). Hier können wir einfach die Daten der Helmholtz-Spule nutzen, und unseren angelegten Strom, um das magnetische Feld zu berechnen. Die einzig fehlerbehaftete Größe hier ist die Stromstärke, demnach ist der Fehler des B-Feldes:

$$\Delta B_{Helm,theo} = \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{\mu_0 N}{r} \Delta I \tag{13}$$

Der berechnete Wert lautet:

$$\boxed{B_{theo} = (3.00 \pm 0.08)mT}$$

3.2 Hauptversuch 2

Die Messwerte, die wir in der Messreihe zum zweiten Hauptversuch durch ändern des Winkels der Flachspule erhalten haben, tragen wir nun in ein Diagramm auf. Zur besseren Visualisierung der Zusammenhänge der Ergebnisse, legen wir den Betrag einer Kosinusfunktion hindurch.

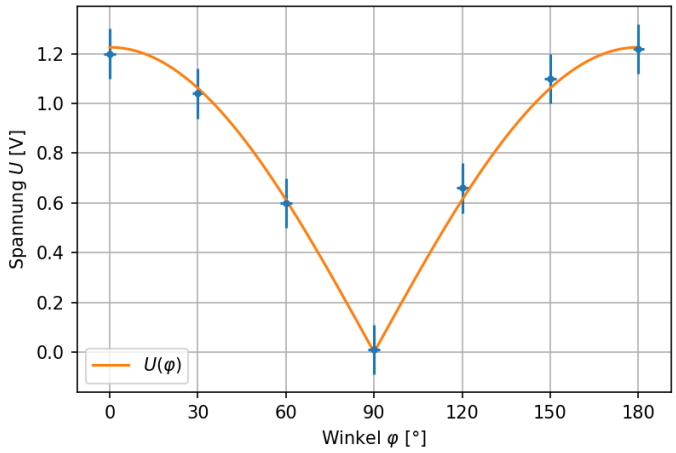


Abbildung 4: Maximale Induktionsspannung pro Winkel

Nun wollen wir das Verhältnis von Spannung in der Flachspule zu Spannung, die wir an der Helmholtz-Spule abgreifen können gegenüber der Frequenz des Wechselstroms plotten lassen.

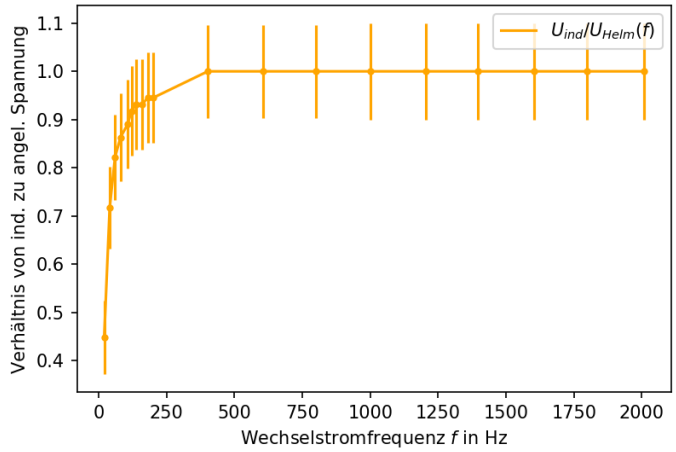


Abbildung 5: Stromverhältnis pro Wechselstromfrequenz

Da die an die Helmholtz-Spule angelegte Spannung nahezu konstant war, kann ein bei höheren Frequenzen gleichbleibendes Verhältnis laut Formel (7) durch ein gleichbleibendes Magnetfeld begründet werden (Also durch einen gleichbleibenden Strom laut Formel (8)). Das liegt daran, dass der Betrag der Impedanz (im Endeffekt unser Widerstand) gemäß Formel (9) mit steigender Frequenz größer wird. Wir können nun also auf

den Widerstand (mit $R = \frac{U}{I}$) der Spule zurückschließen und ihn gegenüber der Wechselstromfrequenz auftragen und mit der Curve-Fit Funktion von Python eine Gerade durch die Punkte legen. Der Fehler des Widerstanden wurde gemäß Gauß mit:

$$\Delta R = R\sqrt{\left(\frac{\Delta U_{Helm}}{U_{Helm}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_{Helm}}{I_{Helm}}\right)^2} \tag{14}$$

errechnet.

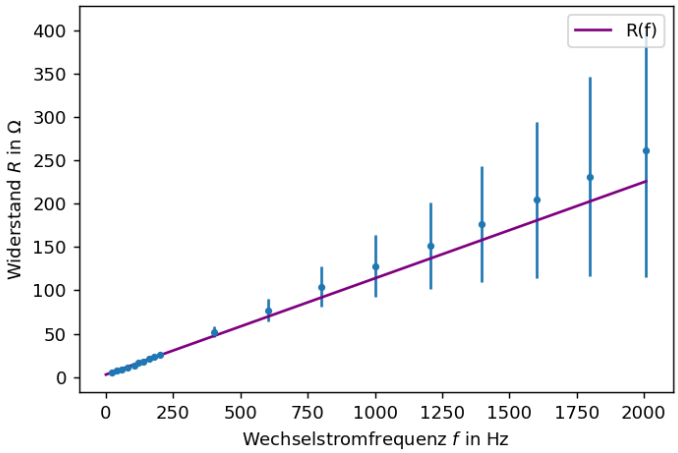


Abbildung 6: Widerstand der Spule pro Frequenz

Wir erhalten die folgende Steigung:

$$\boxed{a = (0.1110 \pm 0.0028)\Omega s}$$

Wir können nun also über Formel (10) mit $a = \frac{R}{f}$ die Induktivität der Spule bestimmen. Der Fehler lautet hierbei:

$$\Delta L = \frac{\Delta a}{2\pi} \tag{15}$$

Wir erhalten:

$$\boxed{L = (0.0177 \pm 0.0004)H}$$

3.3 Hauptversuch 3

Im letzten Aufgabenteil nutzen wir die Messwerte auf der letzten Seite des Messprotokolls um zuerst die Stärke des Erdmagnetfelds zu berechnen und anschließend noch den Inklinationswinkel von diesem in Heidelberg. Die allgemeine Stärke des Erdmagnetfeldes lässt sich erneut mit Formel (7) berechnen. Da wir hier allerdings nicht wie in Aufgabe 1 mit einer Steigung rechnen, müssen wir den Fehler wie folgt berechnen:

$$\Delta B = B \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U_m}{U_m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \tag{16}$$

Die Berechnung ergibt:

$$\boxed{B_{Erd} = (54.3 \pm 1.1)\mu T}$$

Nachdem wir den Kompensationsstrom angelegt haben, induziert nur noch die horizontale Komponente des B-Felds eine Spannung in der Flachspule. Wir können also wieder die exakt gleichen Formeln verwenden, wie wir schon für das gesamte Magnetfeld verwendet haben. Wenn wir das tun erhalten wir:

$$\boxed{B_H = (11.0 \pm 0.6)\mu T}$$

Die vertikale Komponente erhalten wir, da wir wissen, dass sie vollständig durch das Magnetfeld der Helmholtz-Spule kompensiert wird. Es reicht also einfach dieses auszurechnen. Dies können wir wie in Aufgabenteil 1 mit Formel (8) und dem Fehler aus Formel (13). Wir erhalten:

$$\boxed{B_V = (48.91 \pm 0.08)\mu T}$$

Aus den einzelnen Komponenten können wir jetzt mit Formel (11) den Inklinationswinkel α_{inc} berechnen. Der Fehler lässt sich berechnen als:

$$\Delta\alpha_{inc} = \sqrt{\left(\frac{B_H}{B_H^2 + B_V^2}\Delta B_V\right)^2 + \left(\frac{B_V}{B_H^2 + B_V^2}\Delta B_H\right)^2} \tag{17}$$

Laut unseren Messwerten beträgt der Inklinationswinkel also:

$$\boxed{\alpha_{inc} = (77.4 \pm 0.7)^\circ}$$

4 Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend haben wir uns in diesem Versuch zuerst in einem Vorversuch allgemein mit dem Prinzip der elektromagnetischen Induktion qualitativ vertraut gemacht und protokolliert.
Anschließend haben wir die Abhängigkeit der induzierten Spannung von der Drehfrequenz der Flachspule bei gleichbleibendem Magnetfeld untersucht, sowie die bei gleichbleibender Frequenz aber dafür variierendem Induktionsstrom (also bei unterschiedlichen B-Feld-Stärken). Nun konnten wir das Magnetfeld über die Änderungsrate der Spannung pro Drehfrequenz bestimmen und nun mit einem theoretisch errechneten Wert für die Helmholtz-Spule vergleichen.
Im zweiten Versuchsteil haben wir zuerst die Abhängigkeit der induzierten Spannung zum Winkel der Flachspule festgestellt. Daraufhin haben wir herausgefunden, dass sich die induzierte Spannung in der Flachspule mit erhöhter Wechselstromfrequenz und gleichbleibender Helmholtz-Spulen-Spannung nicht verändert, obwohl das (ohne Berücksichtigung der Impedanz) so zu erwarten wäre. Durch Berücksichtigung der Impedanz konnten wir so aber durch ein $R(f)$-Diagramm die Induktivität der Helmholtz-Spule errechnen.
In der letzten Messreihe konnten wir zuerst die Magnetfeld-Stärke der Erde berechnen, und durch Auslöschen der vertikalen Komponente des Erdfeldes den Inklinationswinkel bestimmen.

Die Ergebnisse, die wir in Auswertung 1 für das B-Feld erhielten, lauteten:

$$\boxed{B_{exp} = (3.10 \pm 0.04)mT}$$

$$\boxed{B_{theo} = (3.00 \pm 0.08)mT}$$

Wenn wir nun die Abweichung mittels

$$\sigma = \frac{|x - y|}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}} \tag{18}$$

wobei x und y die zu vergleichenden Ergebnisse sind, berechnen, erhalten wir eine Abweichung von:

$$\boxed{\sigma = 0.9}$$

Da diese Abweichung nicht signifikant ist ($0.9 < 3$), kann man davon ausgehen, dass die Fehler hier von statistischer Natur sind und wir erfolgreich das Faradaysche Induktionsgesetz nachweisen konnten.
Die in Aufgabenteil 2 herausgefundene Abhängigkeit zwischen Winkel der Flachspule und der induzierten Spannung konnte den zuvor in Formel (1) Zusammenhang bestätigen. Die Spannung folgt einer Cosinusfunktion, aber da wir immer nur den Maximalwert der Spannung notiert haben, und keine Phase mitberücksichtigt haben, erkennen wir die $|\cos\alpha|$-Abhängigkeit, welche auch in Abbildung 3 eingezeichnet ist.
Die Induktivität der Spule, die wir ausgerechnet haben, beträgt:

$$\boxed{L = (0.0177 \pm 0.0004)H}$$

für diesen Wert haben wir leider keinen Vergleichswert, jedoch lässt sich aus Abbildung 5 ablesen, dass fast alle unserer gemessenen Widerstandswerte gut durch die Ausgleichsgerade beschrieben wird, und so vermutlich keine großen Abweichungen vom Echtwert zustande gekommen sind.
Das Erdmagnetfeld, welches wir in Aufgabenteil 3 gemessen haben, betrug:

$$\boxed{B_{Erd} = (54.3 \pm 1.1)\mu T}$$

Wenn wir das mit dem Richtwert von Wikipedia (wir nehmen eine Schwankung von $\pm 1.0\mu T$ an), also $B = (48,3 \pm 1.0)\mu T$, vergleichen, erhalten wir eine Abweichung von:

$$\boxed{\sigma = 4.1}$$

Da 4.1 schon ein gutes Stück größer als 3 ist, weist diese Berechnung einen signifikanten Unterschied auf. Die Horizontal und Vertikalkomponenten des B-Feldes betrugen:

$$\boxed{B_H = (11.0 \pm 0.6)\mu T}$$

$$\boxed{B_V = (48.91 \pm 0.08)\mu T}$$

Verglichen mit den Richtwerten (erneut von Wikipedia als $B_H = (20 \pm 1)\mu T$ und $B_V = (44 \pm 1)\mu T$ genommen), erhalten wir eine Abweichung von:

$$\boxed{\sigma_H = 7.7}$$

$$\boxed{\sigma_V = 4.9}$$

Auch hier kommt es wieder zu signifikanten Abweichungen. Den Inklinationswinkel haben wir als

$$\boxed{\alpha_{inc} = (77.4 \pm 0.7)^\circ}$$

bestimmt. Der Richtwert für Deutschland, der im Praktikumsskript angegeben ist, beträgt 66°, wobei wir einen Fehler von $\pm 1^\circ$ annehmen. Vergleichen wir nun auch diese beiden Werte, ist die Abweichung

$$\boxed{\sigma = 9.4}$$

Da die Werte, mit denen wir diesen Wert ausgerechnet haben, bereits stark signifikante Abweichungen aufgewiesen haben, war fast schon zu erwarten, dass diese Berechnung ebenfalls signifikant abweicht (und das tut sie auch). All diese Abweichungen der letzten Messreihe sind aber höchstwahrscheinlich auf den exakt selben Grund zurückzuführen:

Wir haben kurz vor verlassen des Raumes gemerkt, dass unser Messaufbau falsch ausgerichtet war. Der Kompass, an dem wir uns orientiert hatten, hat scheinbar nicht richtig die Richtung angezeigt, denn als wir danach einen anderen angeschaut haben, hat dieser in eine deutlich andere Richtung gezeigt. Somit ändern sich logischerweise auch unsere Horizontal und Vertikalkomponenten des Magnetfeldes, da man nun zusätzlich noch die Neigung gegen die Feldlinien berücksichtigt werden müssten. Da wir diese Neigung allerdings nicht wissen, können wir dafür auch nicht kompensieren. Andere gründe, warum die Abweichung zustande gekommen sein könnte, sind störende Magnetfelder, die zum Beispiel durch elektronische Geräte aufgebaut werden könnten. Im Vergleich zu einer falschen Ausrichtung des Messaufbaus sind diese allerdings Vermutlich nur für kleinere Abweichungen zuständig.
Alles in allem bin ich zumindest mit unseren ersten Messungen zufrieden. Da es dort nur zu erwartenden Resultaten kam, denke ich, dass sich das Ergebnis sehen lässt. Das Faradaysche Induktionsgesetz konnte also erfolgreich verifiziert werden. Dass der dritte Hauptversuch so fehlgeschlagen ist, ist natürlich ärgerlich, allerdings konnten die Abweichungen wenigstens plausibel erklärt werden.
Wenn ich den Versuch erneut durchführen würde, würde ich vielleicht die Übertragung von Motor auf Flachspule verbessern, da ich das Gefühlt hatte, dass diese manchmal etwas gerutscht ist und so nicht 100% der eingestellten Frequenz ankam. Da das allerdings scheinbar keinen großen Unterschied gemacht hat, kann man diesen Teil so lassen. Beim letzten Versuchsteil würde ich (offensichtlich) darauf achten, die Spule richtig auszurichten, sodass tatsächlich brauchbare Werte herauskommen und so das tatsächliche Erdmagnetfeld bestimmt werden kann.

5 Anhang

Versuch_245_Induktion

January 15, 2025

[1]:
```
#importing libraries

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
import scipy.constants as c
```

Versuchsaufbau

[2]:
```
diameter = 0.295
distance = 0.147
NperCoilHelm = 124

NFlach = 4000
AFlach = 41.7e-4
```

Die Messwerte der ersten Messreihe werden initialisiert

[3]:
```
#Stromstärke die durch die Helmholtz-Spule läuft
t1current:float = 4.0
t1current_delta:float = 0.1
#Frequenz, mit der sich die Flachspule dreht
t1frequency = np.array([3.0,6.0,9.1,12.01,15.0])
t1frequency_delta:float = 0.1
#Maximale induzierte Spannung
t1voltage = np.array([1.08,2.08,3.12,4.08,4.96])
t1voltage_delta:float = 0.04
```

[4]:
```
#Linearer fit wird definiert
def lin(x, a, b):
    return a * x + b

#Cosinus Fit
def abscos(x, a):
    return np.abs(a * np.cos(x))
```

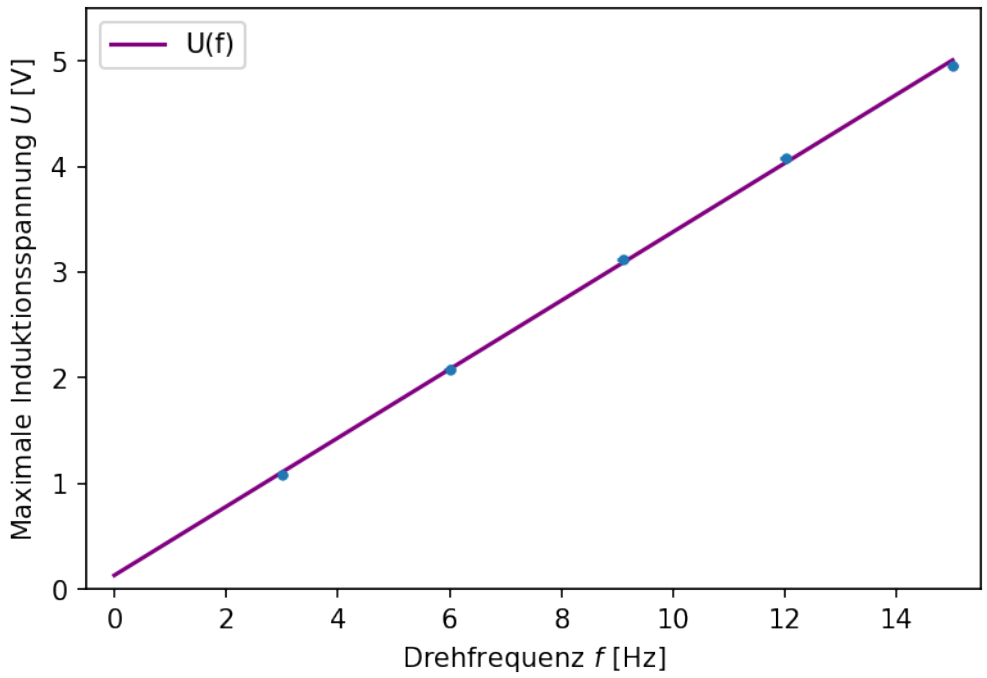
[5]:
```
#Extrapolation bis Frequenz f = 0
xfit = np.linspace(0,np.max(t1frequency),1000)
```

```
# Bestimme die optimalen Parameter und die Kovarianzmatrix für den linearen Fit.
popt, pcov = curve_fit(lin, t1frequency, t1voltage, sigma=np.full_like(t1voltage, t1voltage_delta))

#erstellen des Plots
plt.figure(dpi=150)
plt.xlabel('Drehfrequenz $f$ [Hz]')
plt.ylabel('Maximale Induktionsspannung $U$ [V]')
plt.axis([-0.5,15.5,0.0,5.5])
plt.errorbar(t1frequency, t1voltage,xerr = np.full_like(t1frequency,␣
↪t1frequency_delta), yerr=np.full_like(t1voltage, t1voltage_delta), fmt='.')
plt.plot(xfit,lin(xfit,popt[0],popt[1]),color = 'purple', label = 'U(f)')
plt.legend()
plt.savefig('Plot1Ind.png')

print('Optimale Steigung: %a \nFehler der Steigung: %s' %(popt[0],math.sqrt(pcov[0,0])))
```

```
Optimale Steigung: 0.32526384566661926
Fehler der Steigung: 0.004660320862104864
```



[6]:
```
def calcB1(c, deltac, N, A):
    b = c / (2*np.pi*N*A)
    deltab = deltac/(2*np.pi*N*A)
    return b,deltab
def calcB2(N,r,I,deltaI):
    b  = 8 * c.mu_0 * N * I /(np.sqrt(125)*r)
    deltab = 8 * c.mu_0 * N * deltaI /(np.sqrt(125)*r)
    return b,deltab

bExp = calcB1(popt[0],math.sqrt(pcov[0,0]),NFlach,AFlach)
bTheo = calcB2(NperCoilHelm,diameter/2,t1current, t1current_delta)

print(calcB1(popt[0],math.sqrt(pcov[0,0]),NFlach,AFlach))
print(calcB2(NperCoilHelm,diameter/2,t1current, t1current_delta))
```

```
(0.003103558084347831, 4.446721232603551e-05)
(0.003023670765336275, 7.559176913340688e-05)
```

Messwerte der zweiten Messreihe

[7]:
```
t2frequency:float = 10.15
t2frequency_delta:float = 0.1
t2current =np.array([0.5,1.0,1.5,2.0,2.5,3.0,3.5,4.0,4.5])
t2current_delta:float = 0.1
t2voltage = np.array([0.56,0.95,1.3,1.8,2.2,2.6,3.08,3.4,3.84])
t2voltage_delta:float = 0.1
```

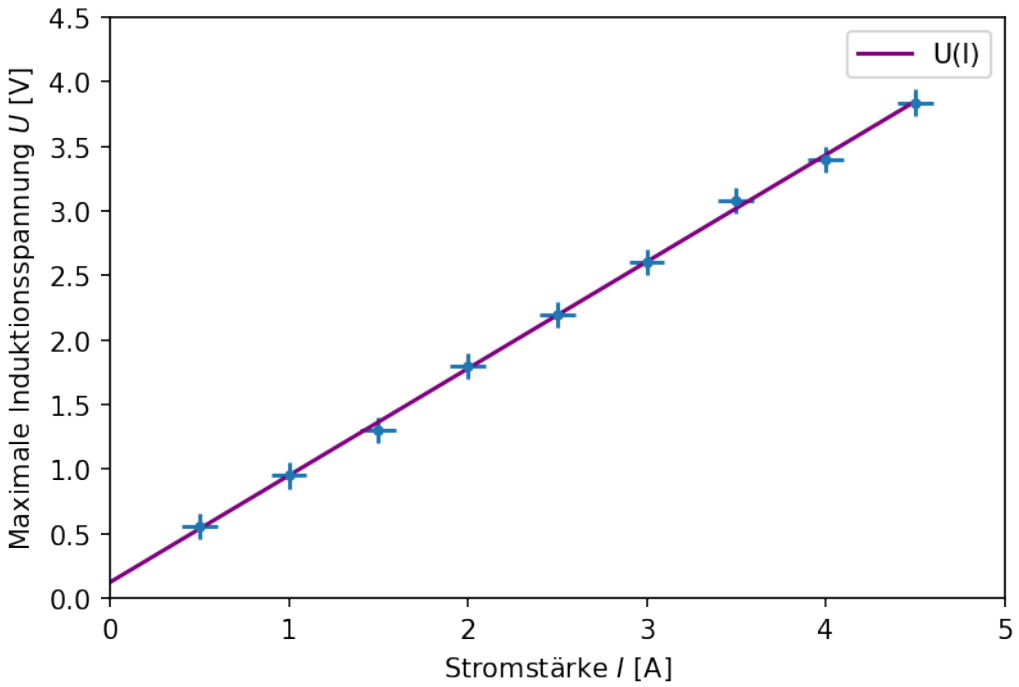
[8]:
```
#Extrapolation
xfit = np.linspace(0,np.max(t2current),1000)

# Bestimme die optimalen Parameter und die Kovarianzmatrix für den linearen Fit.
popt, pcov = curve_fit(lin, t2current, t2voltage, sigma=np.full_like(t2current,␣
↪t2current_delta))

#erstellen des Plots
plt.figure(dpi=150)
plt.xlabel('Stromstärke $I$ [A]')
plt.ylabel('Maximale Induktionsspannung $U$ [V]')
plt.axis([0.0,5.0,0.0,4.5])
plt.errorbar(t2current, t2voltage,xerr = np.full_like(t2current,␣
↪t2current_delta), yerr=np.full_like(t2voltage, t2voltage_delta), fmt='.')
plt.plot(xfit,lin(xfit,popt[0],popt[1]),color = 'purple', label = 'U(I)')
plt.legend()
plt.savefig('Plot2Ind.png')

print('Optimale Steigung: %a \nFehler der Steigung: %s' %(popt[0],math.
↪sqrt(pcov[0,0])))
```

```
Optimale Steigung: 0.8276666666662907
Fehler der Steigung: 0.00979498975446585
```



Messwerte der dritten Messreihe

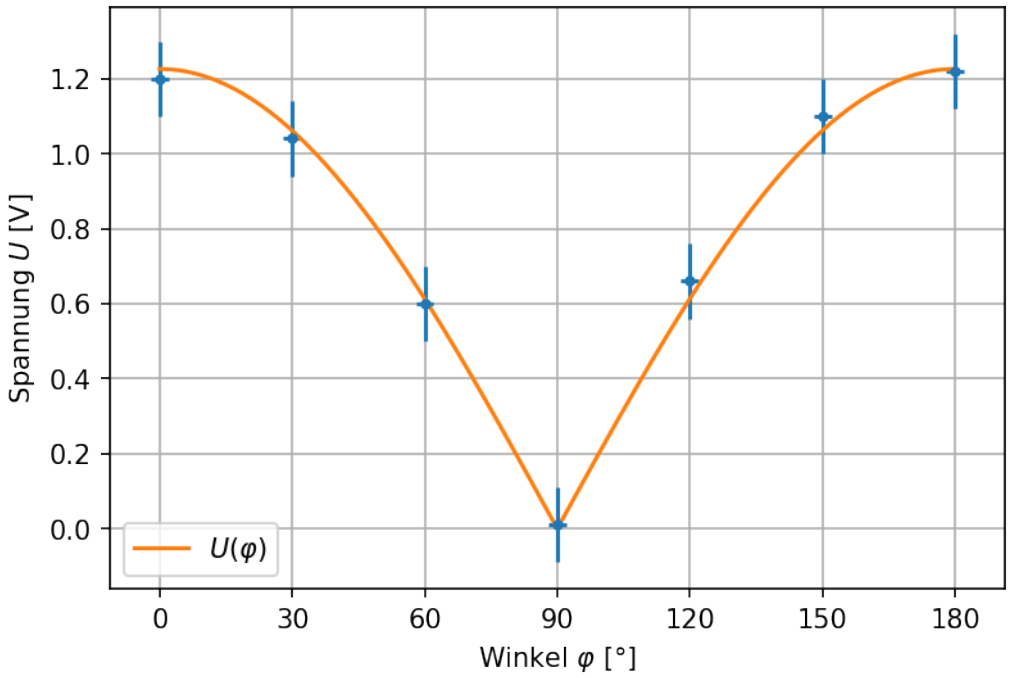
[9]:
```
t3phi = np.array([0.0,30.0,60.0,90.0,120.0,150.0,180.0])
t3phi_delta:float = 2.0
t3voltage = np.array([1.2,1.04,0.6,0.01,0.66,1.1,1.22])
t3voltage_delta:float = 0.1
t3frequency_ac:float =103.7
t3frequency_delta:float = 0.1
```

[10]:
```
#angeben der Winkel in Radiant
t3phi_rad = np.radians(t3phi)
t3phi_delta_rad = np.radians(t3phi_delta)

#Curve fitting
popt, pcov = curve_fit(abscos, t3phi_rad, t3voltage, sigma=np.
 ↪full_like(t3voltage, t3voltage_delta))

#Feinere Werte für den Winkel (0 bis 180° in Radiant)
xfit = np.linspace(0, np.pi, 500)
#Cosinus-Funktion mit den Fit-Parametern
yfit = abscos(xfit, popt[0])
```

```
#plotten
plt.figure(dpi=150)
plt.errorbar(t3phi, t3voltage, xerr=np.full_like(t3phi, t3phi_delta), yerr=np.
 ↪full_like(t3voltage, t3voltage_delta), fmt='.')
plt.plot(np.degrees(xfit), yfit, label=r'$U(\varphi)$')
plt.xlabel('Winkel $\\varphi$ [°]')
plt.ylabel('Spannung $U$ [V]')
plt.xticks(np.arange(0, 181, 30))
plt.legend()
plt.grid()
plt.savefig('Plot3Ind.png')
plt.show()
```



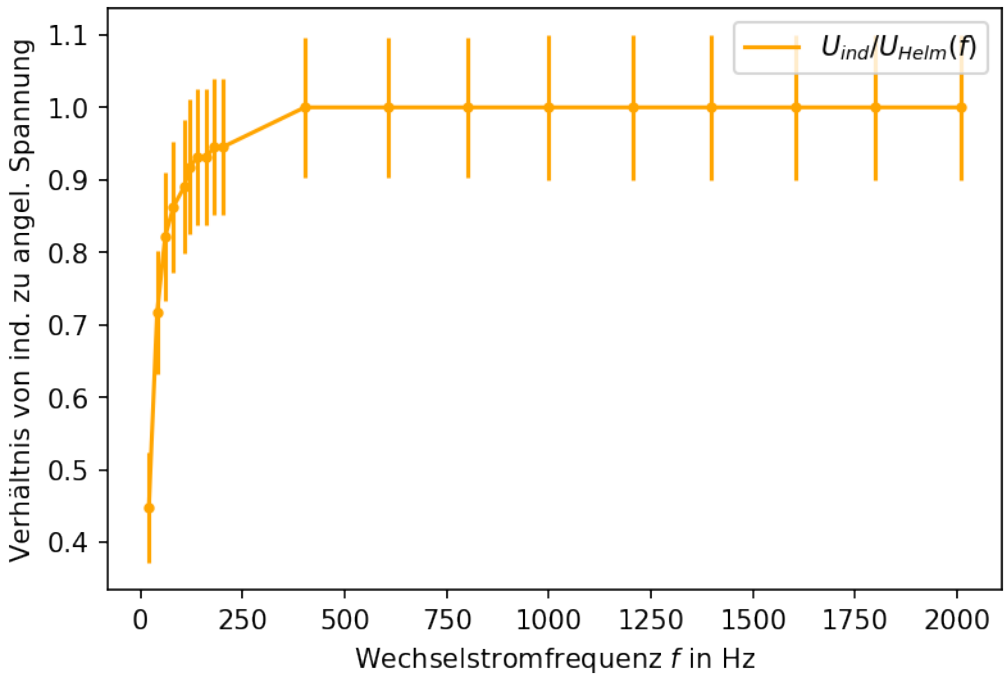
Messwerte der vierten Messreihe

[11]:
```
t4frequency = np.array([20.3,40.6,60.4,80.5,107.0,120.7,139.4,160.0,180.8,201.
 ↪0,402.0,605.0,800.0,1000.0,1205.0,1397.0,1603.0,1799.0,2008.0])
t4frequency_delta:float = 1.0
t4max_voltage_ind = np.array([0.64,1.04,1.2,1.26,1.30,1.34,1.36,1.36,1.38,1.
 ↪38,1.46,1.46,1.46,1.41,1.41,1.41,1.41,1.41,1.41])
t4max_voltage_ind_delta:float = 0.1
t4max_voltage_coil = np.array([1.43,1.45,1.46,1.46,1.46,1.46,1.46,1.46,1.46,1.
 ↪46,1.46,1.46,1.46,1.41,1.41,1.41,1.41,1.41,1.41])
t4max_voltage_coil_delta:float = 0.1
```

```
t4max_current_coil = np.array([260.0,205.0,160.0,129.0,107.0,91.0,80.0,70.0,62.
↪0,56.0,28.0,19.0,14.0,11.0,9.3,8.0,6.9,6.1,5.4])*(10**(-3))
t4max_current_coil_delta:float = 3.0*(10**(-3))
```

[12]:
```
t4max_voltage_ratio = t4max_voltage_ind/t4max_voltage_coil
t4max_voltage_ratio_delta = t4max_voltage_ratio*np.
↪sqrt((t4max_voltage_coil_delta/t4max_voltage_coil)**2 +␣
↪(t4max_voltage_ind_delta/t4max_voltage_ind)**2)
```

[13]:
```
plt.figure(dpi=150)
plt.xlabel('Wechselstromfrequenz $f$ in Hz')
plt.ylabel('Verhältnis von ind. zu angel. Spannung')
plt.plot(t4frequency, t4max_voltage_ratio, label='$U_{ind}/U_{Helm}(f)$',␣
↪color='orange')  # Plot der Verbindungskurven
plt.errorbar(t4frequency, t4max_voltage_ratio,xerr = np.
↪full_like(t4frequency,t4frequency_delta) , yerr=np.
↪full_like(t4max_voltage_ratio,t4max_voltage_ratio_delta), fmt='.',␣
↪color='orange')
plt.legend()
plt.savefig('Plot4Ind.png')  # Korrigierter Dateiname
```

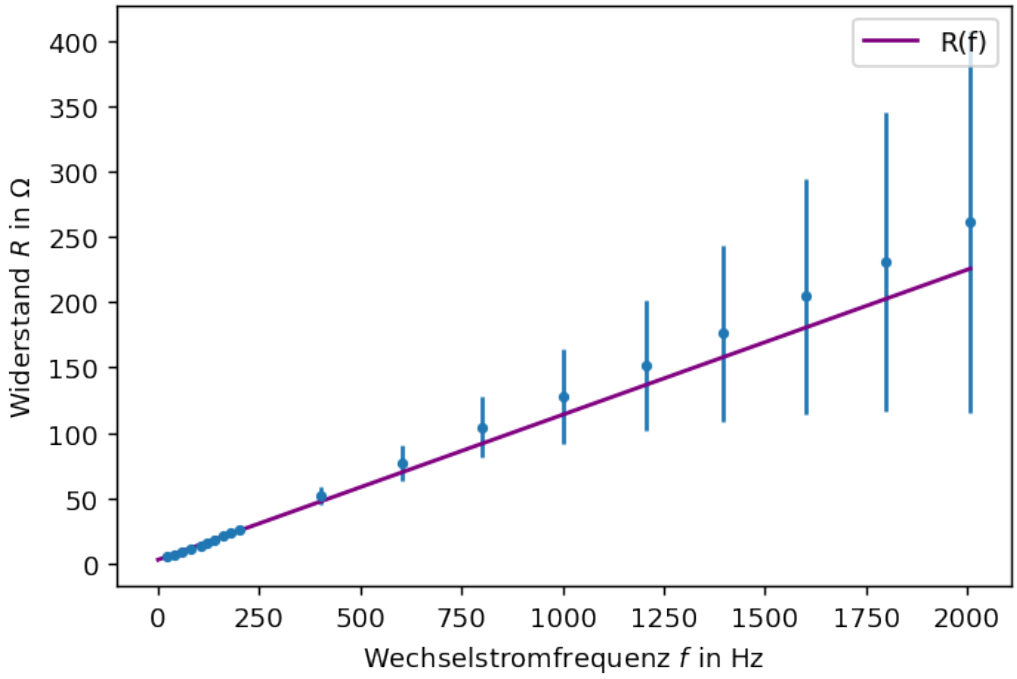


[14]:
```
t4resistance = t4max_voltage_coil/t4max_current_coil
t4resistance_delta = t4resistance*np.sqrt(((t4max_voltage_coil_delta)/
↪t4max_voltage_coil)**2 + ((t4max_current_coil_delta)/t4max_current_coil)**2)
```

```
xfit = np.linspace(0, np.max(t4frequency), 1000)
popt, pcov = curve_fit(lin, t4frequency, t4resistance, sigma =␣
 ↪t4resistance_delta)
plt.figure(dpi = 130)
plt.xlabel('Wechselstromfrequenz $f$ in Hz')
plt.ylabel('Widerstand $R$ in $\Omega$')
plt.errorbar(t4frequency, t4resistance, xerr = t4frequency_delta, yerr =␣
 ↪t4resistance_delta, fmt ='.')
plt.plot(xfit, lin(xfit, popt[0], popt[1]), label = 'R(f)', color = 'purple')
plt.legend()
plt.savefig('Plot5Ind')

print('Optimale Steigung: %a \nFehler der Steigung: %s' %(popt[0],math.
 ↪sqrt(pcov[0,0])))
```

```
Optimale Steigung: 0.11102391744867392
Fehler der Steigung: 0.0027856925756411994
```



[15]:
```
print(popt[0]/(2*np.pi))
print(math.sqrt(pcov[0,0])/(2*np.pi))
```

```
0.017670005263382985
0.0004433567433476905
```

Erdmagnetfeld:

[16]:
```
U_sp1 = 172.0e-3
U_sp1_delta = 0.4e-3
f1 = 15.1
f1_delta = 0.3

U_sp2 = 34.0e-3
U_sp2_delta = 0.4e-3
f2 = 14.8
f2_delta = 0.8
I_komp = 64.7e-3
I_komp_delta = 0.1e-3
```

[17]:
```
Bges = (U_sp1/2)/(NFlach*AFlach*2*np.pi*f1)
Bhor = (U_sp2/2)/(NFlach*AFlach*2*np.pi*f2)
Bvert = 8/(np.sqrt(125)) * c.mu_0 * NperCoilHelm * I_komp / (diameter/2)

deltaBges = Bges * np.sqrt((U_sp1_delta/U_sp1)**2+(f1_delta/f1)**2)
deltaBhor = Bhor * np.sqrt((U_sp2_delta/U_sp2)**2+(f2_delta/f2)**2)
deltaBvert =  Bvert * (I_komp_delta/I_komp)

IncAng = np.arctan(Bvert/Bhor)
IncAng = IncAng*180/np.pi
deltaIncAng = np.sqrt(
    (
        (Bhor*deltaBvert)/(Bhor**2 + Bvert**2)
    )**2 + (
        (Bvert*deltaBhor)/(Bhor**2 + Bvert**2)
    )**2
)
deltaIncAng = deltaIncAng*180/np.pi

print(Bhor,deltaBhor)
print(Bvert,deltaBvert)
print(Bges,deltaBges)
print(IncAng,deltaIncAng)
```

```
1.09600186036126e-05 6.063029456724495e-07
4.890787462931424e-05 7.559176913340687e-08
5.434324767696968e-05 1.0870386460468703e-06
77.36897077795288 0.6765863581516147
```

[23]:
```
def calcDiff(x, deltax, y, deltay):
    diff = np.abs(x-y)/np.sqrt(deltax**2 + deltay**2)
    return diff

print(calcDiff(bTheo[0],bTheo[1],bExp[0],bExp[1]))
```

```
print(calcDiff(Bges,deltaBges, 48.3e-6,1.0e-6))
print(calcDiff(Bhor,deltaBhor, 20.0e-6,1.0e-6))
print(calcDiff(Bvert,deltaBvert, 44.0e-6,1.0e-6))
print(calcDiff(IncAng,deltaIncAng, 66,1))
```

```
0.910906450468712
4.0914528826292305
7.730142016213884
4.893912356040147
9.416223972930107
```